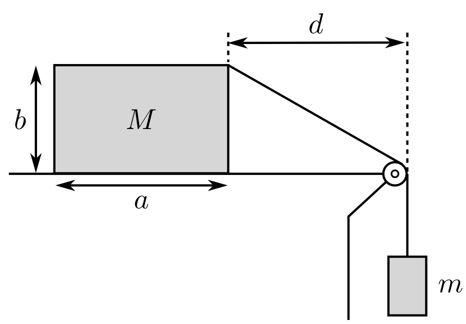
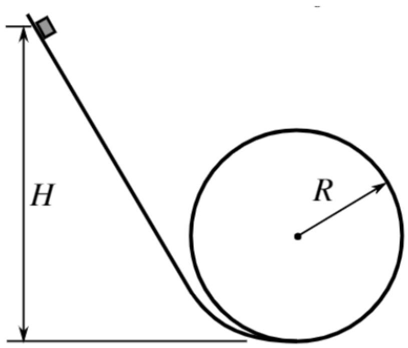
XXXI OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA (2020)
Fase Local de Sevilla (07/02/20)

Normas. **(1)** Cada ejercicio debe hacerse EN UNA HOJA DISTINTA. Pueden usarse varias hojas para un ejercicio. **(2)** Ponga nombre en TODAS las hojas. **(3)** El examen debe hacerse a bolígrafo, a excepción de la gráfica en papel milimetrado del problema 7, que debe hacerse a lápiz. **(4)** El enunciado no hay que entregarlo.

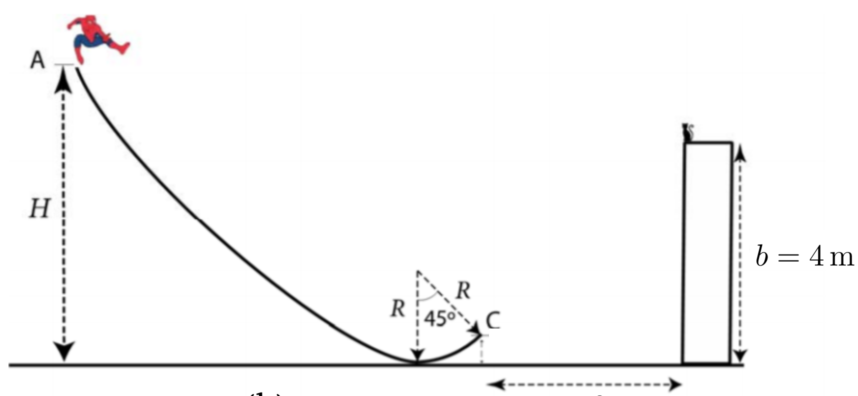
1. (1,5 ptos.) En la figura se muestra un bloque de masa M que puede deslizar sobre un plano horizontal con rozamiento (el bloque no rota en nigún momento). El bloque está atado a otro cuerpo, de masa m, mediante una cuerda que pasa por una polea de masa y radio despreciables (en el dibujo se ha exagerado su tamaño) que puede girar sin rozamiento. **(a)** Halle el valor mínimo que debe tener m para que el sistema empiece a moverse. **(b)** Para un valor de m igual a la mitad del calculado en el apartado anterior, calcule el módulo de la fuerza de rozamiento. **(c)** Supóngase ahora que se toma un valor de m mayor que el calculado en el apartado (a). Calcule el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento cuando el bloque M se desplaza, partiendo del reposo, desde una distancia $d = d_1$ hasta $d = d_2$. Considere conocidas las velocidades finales de los bloques v_M y v_m.
Datos conocidos: En los apartados (a) y (b): g (aceleración de la gravedad), M, a, b, d, $\mu_{\text{estático}}$ y $\mu_{\text{dinámico}}$.
En el apartado (c): los mismos que en los apartados (a) y (b) además de d_1, d_2, m, v_M y v_m.



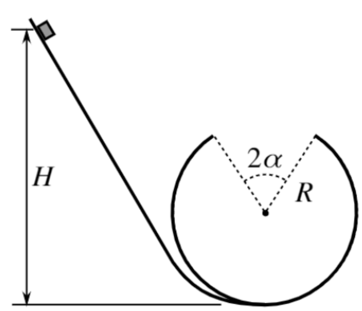
2. (1,5 ptos.) Cuando se diseña un circuito con el objetivo de realizar acrobacias con impacto visual (por ejemplo, al diseñar una montaña rusa, un circuito para patinadores experimentados, etc ...) se pretende que éste sea lo más seguro posible y, visualmente, es muy llamativo si añadimos un rizo o looping de radio R. Antes de llegar al looping, se diseña una pendiente por la que deslizará un patinador con el objetivo de entrar en el rizo y dar una vuelta completa por éste, como se muestra en la figura. Despreciaremos cualquier fricción. **(a)** ¿Cuál será la altura mínima H desde la que debe deslizar el patinador para que pueda dar la vuelta completa por el rizo, sin despegarse? **(b)** Imagine que un gato en apuros debe ser rescatado por nuestro héroe favorito "Spiderman" (la situación aparece esquematizada en la figura de abajo). Spiderman se encuentra al comienzo de la rampa, en el punto A, cuya altura H es 5 m y el gato está en el edificio de la derecha sobre una azotea de altura $b = 4\,\mathrm{m}$. Suponiendo que abandona el looping de radio $R = 1\,\mathrm{m}$ cuando se encuentra en el punto C, ¿cree que Spiderman podrá llevar a cabo el rescate directamente o tendrá que trepar por el edificio? Razone la respuesta. Si se da el segundo caso, calcule qué distancia tendrá que trepar nuestro héroe. Use para la aceleración de la gravedad el valor de $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$. **(c)** Habrá observado que los rizos completos son los más comunes, pero no son divertidos. Queremos diseñar un nuevo tipo de rizo incompleto con un corte simétrico en el riel de la parte superior, por un ángulo 2α, como se muestra en la figura, de forma que un carrito vuele libremente en esta porción que falta y vuelva a integrarse en el rizo. Si denotamos por δ la relación entre la altura a la que se dejará descender el carrito y el radio del rizo: $\delta = H/R$ **(c.1)** ¿Cuánto vale δ en función de α? Compruebe la coherencia del resultado cuando $\alpha = 0$. **(c.2)** ¿Para qué valor de α la relación δ es mínima? ¿Cuál es dicho valor mínimo de δ?



(a)

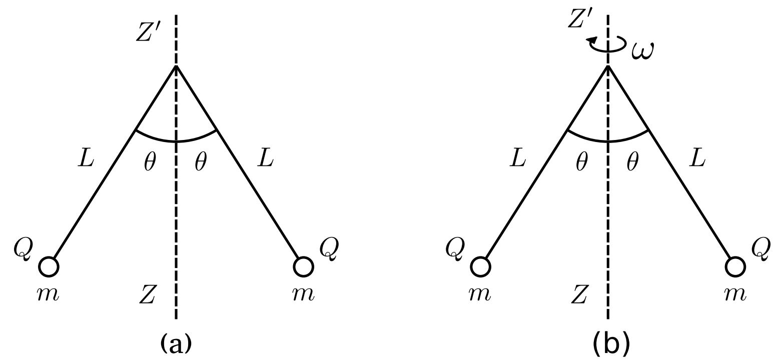


(b) $a = 3\,\mathrm{m}$

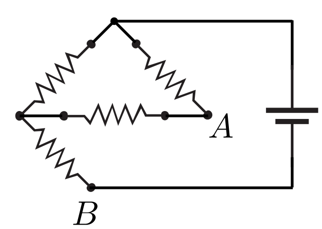


(c)

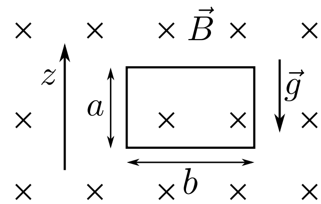
3. (1,25 ptos.) Un doble péndulo electrostático consta de dos pequeñas esferas metálicas de masa m y cargadas con idéntica carga eléctrica Q. Ambas esferas están unidas por hilos de masa despreciable y longitud L, con sus extremos unidos a un soporte vertical. El conjunto mantiene, en el vacío, una posición de equilibrio cuando los hilos forman con la vertical un ángulo θ. **(a)** Determine la carga eléctrica que posee cada una de las esferas. **(b)** Partiendo de la situación anterior, se hace girar el soporte del doble péndulo respecto del eje vertical ZZ' que pasa justo por el punto de suspensión de los hilos, con una velocidad angular ω, tal y como puede observarse en la figura. Haga un esquema de las fuerzas que actúan sobre cada esfera en esta situación. **(c)** Determine el valor numérico de la velocidad angular que debe tener el sistema para que los hilos formen entre sí un ángulo recto.
Datos: $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$, $K = 9\cdot10^9\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$; $m = 10\,\mathrm{mg}$; $L = 10\,\mathrm{cm}$, $\theta = 10^{\circ}$ (sólo para el apartado “a”).



4. (1 pto.) Se dispone de cuatro resistencias iguales conectadas a una fuente de tensión de corriente continua ideal, tal y como se indica en la figura. Se sabe que una única resistencia, idéntica a las que forman el circuito, conectada a la misma fuente de tensión consume 0,3 kWh en 30 minutos **(a)** Determinar la energía que consume el conjunto de resistencias en una hora. **(b)**Repetir el cálculo si se conecta otra resistencia igual a las anteriores entre los puntos A y B.



5. (1,5 ptos.) Una espira rectangular, de masa m, lados a y b y resistencia R se dispone verticalmente en una región donde, aparte del campo gravitatorio, hay un campo magnético horizontal perpendicular al plano de la espira, cuyo módulo viene dado por $B(z) = B_0 + k\,z$, siendo k una constante negativa. La espira se abandona en reposo. Calcule la máxima velocidad que alcanza. Se supone conocido el valor de la aceleración de la gravedad, g.

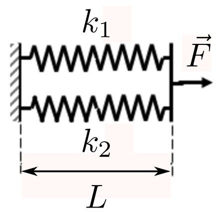


6. (1,5 ptos.) Un satélite artificial de masa m y velocidad orbital v_o se mueve alrededor de Marte describiendo una trayectoria circular, a una altura $h = 10\,000\,\mathrm{km}$ sobre la superficie del planeta. En un momento determinado, el satélite estalla dividiéndose en dos partes, de masas $m_1 = m/3$ y $m_2 = 2m/3$. El fragmento de menor masa, justo después de la explosión, sale proyectado en la misma dirección y sentido que llevaba, pero con triple velocidad ($v_1 = 3v_o$). **(a)** Calcule la velocidad orbital del satélite antes del estallido (v_o), la velocidad de escape mínima en esa órbita (v_e), y la velocidad del fragmento de mayor masa justo después del estallido (v_2). **(b)** Describa los movimientos de los dos fragmentos resultantes de la explosión, suponiendo que siempre se mueven sin rozamiento (incluso en lugares donde pueda haber atmósfera) y que sólo se ven afectados por el campo gravitatorio de Marte. Determine la velocidad final que tendrá cada fragmento.
Datos: constante de gravitación universal: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$, Masa de Marte, $M = 6{,}4 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$ y radio de Marte, $R_M = 3397\,\mathrm{km}$.

7. (1,75 ptos.) Disponemos del dos resortes o muelles de igual longitud natural $L_0 = (205 \pm 2)\,\mathrm{mm}$ y constantes elásticas $k_1 = (3{,}0 \pm 0{,}3)\,\mathrm{N/m}$ y $k_2 = (3{,}0 \pm 0{,}3)\,\mathrm{N/m}$ con los que se realiza el siguiente experimento: se colocan en paralelo y se estiran aplicándoles distintas fuerzas que se miden usando un dinamómetro. El experimento se repite seis veces. Usando una regla graduada en milímetros, determinamos la longitud final de la configuración en paralelo de los muelles. Los datos obtenidos, con sus márgenes de error, son los siguientes (ΔL y ΔF representan las incertidumbres de las medidas):

Medida	L (mm)	ΔL (mm)	F (N)	ΔF (N)
1ª medida	303	2	0,60	0,05
2ª medida	335	2	0,75	0,05
3ª medida	434	2	1,40	0,10
4ª medida	467	2	1,60	0,10
5ª medida	599	2	2,25	0,10
6ª medida	663	2	2,75	0,10

(a) Determine, a partir de los datos experimentales, la constante elástica del conjunto de ambos resortes. Realícese una representación gráfica sobre el papel milimetrado y explíquese el procedimiento seguido. Debe expresar el resultado en unidades del sistema internacional y establecer la incertidumbre de la medida. **(b)** Calcule el valor teórico esperado de la constante elástica del conjunto en paralelo a partir de las constantes elásticas de los dos resortes. Exprese el resultado en el sistema internacional y establezca la incertidumbre del valor obtenido. Compare el valor téorico con el experimental obtenido anteriormente.

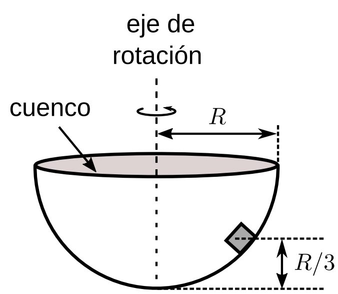


XXX OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA (2019)
Fase Local de Sevilla (08/02/19)

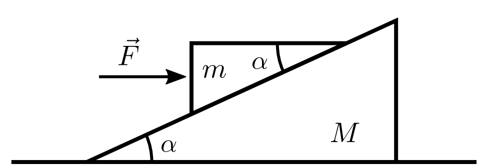
Normas. **(1)** Cada ejercicio debe hacerse EN UNA HOJA DISTINTA. Pueden usarse varias hojas para un ejercicio. **(2)** Ponga nombre en TODAS las hojas. **(3)** El examen debe hacerse a bolígrafo, a excepción de la gráfica en papel milimetrado del problema 7, que debe hacerse a lápiz. **(4)** El enunciado no hay que entregarlo.

1. (1 pto.) En el interior de un cuenco esférico de radio $R = 15\,\text{cm}$ se deposita un cuerpo que puede deslizar pero no rodar. El cuerpo se encuentra a una altura igual a un tercio del radio del cuenco, medida desde su base (véase figura). El cuenco gira alrededor de un eje vertical que pasa por su centro. Calcule la frecuencia mínima y máxima a la que puede girar sin que el cuerpo resbale. Datos: Coeficiente de fricción estático entre el cuenco y el cuerpo: $\mu_s = 0,5$; Coeficiente de fricción dinámico entre el cuenco y el cuerpo: $\mu_k = 0,3$; Aceleración de la gravedad $= 9,8\,\text{m/s}^2$.

2. (1 pto.) Sobre una mesa horizontal lisa (sin rozamiento) descansa un prisma de masa M, con un ángulo de inclinación α, y sobre él hay otro prisma de masa m. Sobre el prisma menor actúa una fuerza horizontal de módulo F; En estas condiciones ambos prismas se mueven a lo largo de la mesa como si fueran un todo único (es decir, sin que varíe su disposición mutua). Determine la fuerza de rozamiento que actúa sobre el prisma menor y discuta hacia dónde va dirigida.

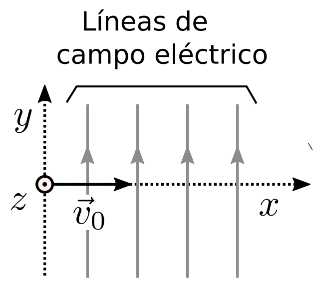


Problema 1

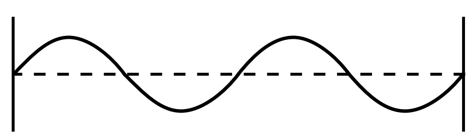


Problema 2

3. (1,75 ptos.) En una región del espacio comprendida entre $x = 0$ y $x = 12\,\text{cm}$ hay un campo eléctrico uniforme de módulo $E = 1.500\,\text{N/C}$ orientado en sentido positivo del eje y (véase figura). Una partícula de carga $q = -8 \cdot 10^{-9}\,\text{C}$ y masa $m = 75 \cdot 10^{-12}\,\text{kg}$ penetra en esa región con una velocidad de módulo $v_0 = 192\,\text{m/s}$ en sentido positivo del eje x. El sistema de referencia se toma de modo que su origen está justamente en el punto por donde penetra la partícula. Despréciese el peso de la partícula frente a las demás fuerzas que actúan sobre la misma. **(a)** Obtenga la ecuación de la trayectoria de la partícula $y = f(x)$; **(b)** Calcule el vector velocidad de la partícula para $x = 12\,\text{cm}$; **(c)** Halle el trabajo realizado por el campo eléctrico cuando la partícula se desplaza entre $x = 0$ y $x = 12\,\text{cm}$; **(d)** Al campo eléctrico anterior se superpone un campo magnético uniforme. Razone cómo debe ser ese campo (indique su módulo, dirección y sentido o expréselo vectorialmente) para que la partícula describa ahora un movimiento rectilíneo y uniforme. Dibuje un esquema de los campos eléctrico y magnético (no olvide dibujar los ejes del sistema de referencia). **(e)** Calcule, en el caso expuesto en el apartado (d) (la partícula describe un movimiento rectilíneo y uniforme), el trabajo realizado sobre la partícula por el campo eléctrico y el magnético (calcule por separado cada trabajo). Justifique la respuesta.



4. (1 pto.) Una onda estacionaria se produce mediante la superposición de ondas viajeras de misma amplitud que se propagan en un medio en la misma dirección pero en sentidos contrarios. En la práctica, puede generarse una onda estacionaria en una cuerda atada por un extremo conectando al otro extremo un motor que la haga girar. A determinadas frecuencias se obtiene en la cuerda una onda estacionaria que puede visualizarse con luz estroboscópica (luz compuesta por breves destellos a intervalos constantes de tiempo). Cuando la frecuencia de los destellos coincide con una de las frecuencias de resonancia de la cuerda ésta parece aparentemente inmóvil. En la figura que aparece a continuación se muestra lo que puede visualizarse en una cuerda de 80 cm de longitud al ser iluminada con una luz estroboscópica de 50 Hz de frecuencia (no se puede obtener esta figura a ninguna frecuencia inferior a 50 Hz) En la figura se ha omitido el motor por simplicidad. La cuerda está atada muy cerca del eje del motor, de modo que puede suponerse que su amplitud en ese extremo es nulo. **(a)** Halle la velocidad de propagación de las ondas viajeras que forman la onda estacionaria; **(b)** Halle la frecuencia de resonancia más baja que puede obtenerse en esta cuerda (denominada frecuencia de resonancia del modo fundamental); **(c)** La velocidad de propagación de las ondas viajeras puede modificarse ajustando la tensión en la cuerda. Calcule cuál debería ser esa velocidad para que la frecuencia del modo fundamental sea ahora 100 Hz; **(d)** Dibuje qué se vería al iluminar la cuerda con luz estroboscópica de esa frecuencia.



5. (1,75 ptos.) Un globo aerostático puede aproximarse por una esfera de $12,5\,\text{m}$ de radio. La masa de la estructura del globo (vela, barquilla, quemadores y botellas de combustible) es aproximadamente 600 kg. Calcule la temperatura (en grados centígrados) que alcanza el interior del globo (supóngase uniforme) cuando eleva a 8 pasajeros de 75 kg cada uno en una agradable mañana a 15°C de temperatura. Considere que el aire se comporta como un gas ideal de masa molar $M_{\text{molar aire}} = 28,96\,\text{g/mol}$. Dato: Volumen de una esfera de radio r: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$; Constante de gases ideales: $R = 0,082\,\frac{\text{atm·l}}{\text{mol·K}}$; Densidad del aire a 1 atm y 15°C $= 1,225\,\text{kg/m}^3$; Aceleración de la gravedad $= 9,8\,\text{m/s}^2$.

6. (1,75 ptos.) Todo lo que sube, ¿baja? Si se lanza verticalmente y hacia arriba un cuerpo con la suficiente velocidad escapará a la atracción gravitatoria terrestre y no volverá a caer. A esa velocidad mínima se denomina velocidad de escape. **(a)** Halle la velocidad de escape para un cuerpo que se lanza desde la superficie terrestre hacia el espacio libre (desprecie la acción del rozamiento con el aire). **(b)** Si en vez de lanzar el cuerpo hacia el espacio libre se lanza hacia el Sol, la velocidad de lanzamiento es menor ya que el Sol ejerce cierta fuerza gravitatoria sobre el cuerpo. Calcule cuanto vale ahora la velocidad de lanzamiento. Datos: Constante de la gravitación universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$; Masa de la Tierra: $5,97 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$; Masa del Sol: $1,99 \cdot 10^{30}\,\text{kg}$; Radio de la Tierra: $6,378 \cdot 10^{6}\,\text{m}$; Distancia Tierra-Sol: $1,496 \cdot 10^{11}\,\text{m}$.

7. (1,75 ptos.) Se dispone del montaje de la figura 1 que se muestra a continuación. En la experiencia se dispone de un carrito con vástago de masa 50 g, un portapesas de 10 g, cuatro pesas de 10 g y una de 50 g (figura 2). El carrito se une al portapesas por medio de un hilo fino que se hace pasar por una polea, de masa despreciable, como se indica en el esquema de la figura 3. Inicialmente se colocan sobre el carrito las cinco pesas ($m_1 = 140\,\text{g}$) y ninguna masa en el portapesas ($m_2 = 10\,\text{g}$) y, partiendo del reposo desde el punto A, se mide el tiempo que tarda en recorrer la distancia $AB = d$. La medida de este tiempo se realiza mediante dos células fotoeléctricas colocadas en A y B, que son activadas por el paso del vástago del carrito. Se realizan sucesivas medidas de este tiempo pasando pesas del carrito al portapesas, de forma que m_1 disminuye y m_2 aumenta, pero manteniéndose constante la masa total del sistema, $M = m_1 + m_2 = 150\,\text{g}$. Se desprecia el rozamiento. Los resultados obtenidos por un grupo de alumnos son los que se indican en la tabla que aparece abajo. Estos datos fueron obtenidos para una distancia entre las células $d = 765\,\text{mm}$.

m_2 (g)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
t (s)	1,533	1,085	0,880	0,763	0,687	0,621	0,581	0,541	0,500	0,484

Determine el valor experimental de la aceleración de la gravedad, g, a partir de estos datos. Utilice para ello el papel milimetrado que se adjunta para hacer la representación gráfica que se estime oportuna.

Haga una estimación de la incertidumbre con que se ha determinado g.

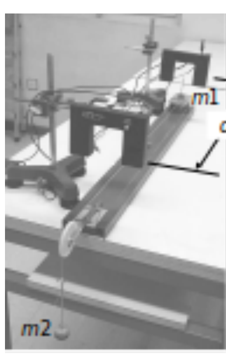


Fig. 1

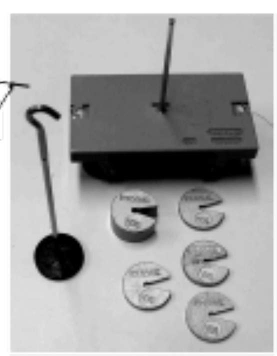


Fig. 2

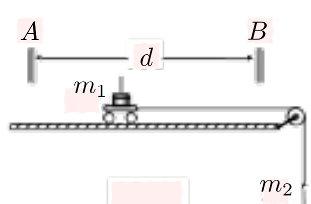
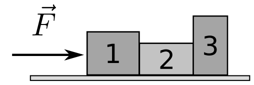


Fig. 3

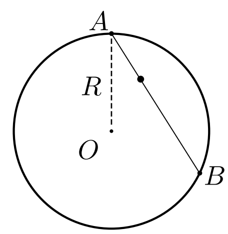
XXXII OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA (2021)
Fase Local de Sevilla (15/02/21)

Normas. **(1)** Cada ejercicio debe hacerse EN UNA HOJA DISTINTA. Pueden usarse varias hojas para un ejercicio. **(2)** Ponga nombre en TODAS las hojas. **(3)** El examen debe hacerse a bolígrafo, a excepción de la gráfica en papel milimetrado del problema 7, que debe hacerse a lápiz. **(4)** El enunciado no hay que entregarlo.

1. (0,75 ptos.) Tres cuerpos de masa $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg y $m_3 = 3$ kg se encuentran juntos y alineados sobre una superficie horizontal sin rozamiento (véase figura). Sobre el primer cuerpo se aplica una fuerza horizontal hacia la derecha, de módulo 12 N. Determine la fuerza que el bloque 3 ejerce sobre el bloque 2 (módulo, dirección y sentido).



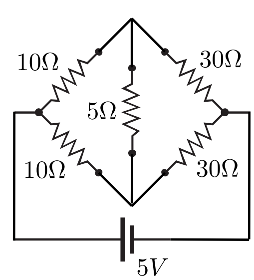
2. (1 pto.) Se dispone de un aro circular de radio $R = 2\ m$ situado en un plano vertical. Se ata al aro una cuerda que une el punto A, situado en su parte superior, con otro punto B cualquiera (véase dibujo). Una pequeño cuerpo, al que se le ha hecho un agujero, se ensarta en la cuerda y puede deslizarse sin rozamiento. Calcule el tiempo que tarda el cuerpo en llegar al punto B. Dato: $g = 9,8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$



3. (1,5 ptos.) Un montañero sube un reloj de péndulo a lo alto del monte Everest, a 8849 m de altura. Al regresar a recogerlo, una semana más tarde, observa que el reloj se ha retrasado 13 minutos y 59 segundos. Calcule a partir de estos datos el radio de la Tierra.

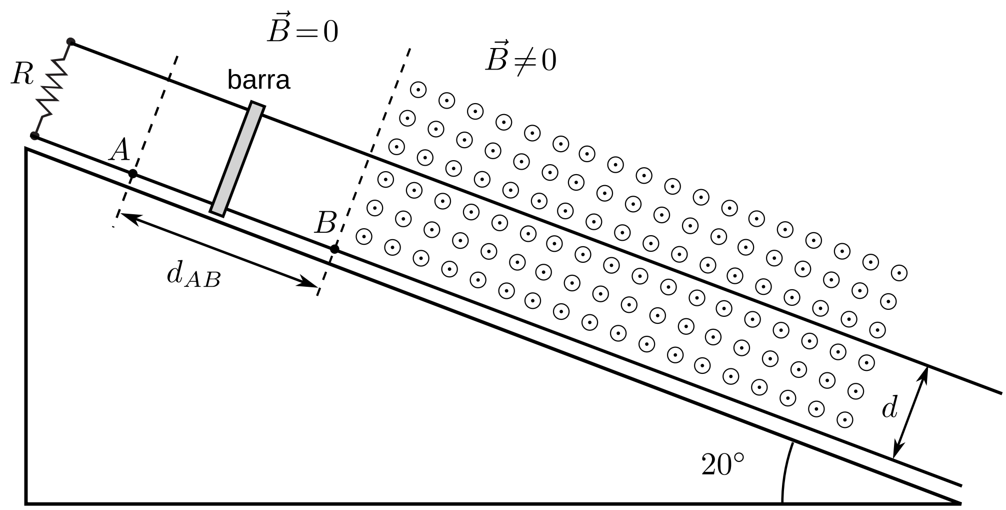
4. (1,5 pto.) Un vaso cilíndrico tiene 15 cm del alto, 6 cm de diámetro y 75 g de masa. El vaso se introduce boca abajo en el agua y lentamente se va sumergiendo, manteniéndose vertical. La presión atmosférica es 750 mmHg. Determine la mínima profundidad a la que hay que sumergir el vaso para que se hunda. Datos: $\rho_{Hg} = 13,6\,\mathrm{g{\cdot}cm^{-3}}$, $\rho_{agua} = 1\,\mathrm{g{\cdot}cm^{-3}}$, $g = 9,8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

5. (1 pto.) En el circuito de la figura, calcule la energía suministrada por la pila al cabo de 5 minutos (desprecie su resistencia interna).



Sigue por la otra cara.

6. (2,25 ptos.) En la figura se muestra un circuito formado por dos raíles, de resistencia despreciable, conectados a una resistencia en su extremo izquierdo. El circuito, situado en un plano vertical, se cierra mediante una barra móvil, que puede deslizar sin rozamiento. La barra se deja caer, partiendo del reposo, desde el punto A. A partir del punto B hay un campo magnético uniforme saliente del plano del dibujo. **(a)** Razone qué sentido lleva la corriente inducida en el circuito. **(b)** Calcule la velocidad con que llega la barra al punto B. **(c)** Calcule la expresión para la velocidad de la barra en función del tiempo (empiece a contar el tiempo cuando la barra pasa por el punto B). Transcurrido un tiempo muy largo, determine: **(d)** la velocidad de la barra; **(e)** la intensidad que recorre el circuito; **(f)** las fuerzas que actúan sobre la barra. Datos: $R = 20\,\Omega$, $B = 5$ T (a la derecha del punto B), $m = 50$ g, $d = 25$ cm, $d_{AB} = 30$ cm y $g = 9,8$ m·s^{-2}.



7. (2 ptos.) Mediante una sonda aerostática se midió la aceleración de la gravedad, g, a diferentes alturas, h, por encima de la superficie terrestre, obteniéndose la siguiente tabla de resultados:

h (km)	10	30	50	70	90	100
g (m·s^{-2})	9,76	9,70	9,65	9,59	9,54	9,51

Demuestre teóricamente, en primer lugar, que la relación entre g y h cuando $h << R_T$ puede aproximarse por la expresión:

$$g = g_0 \left(1 - \frac{2\,h}{R_T}\right)$$

donde g_0 es la gravedad en la superficie terrestre y R_T es el radio de la Tierra. Realice una representación gráfica de los datos de la tabla y, por medio de un ajuste de regresión lineal, calcule el **valor experimental** de g_0 y R_T.

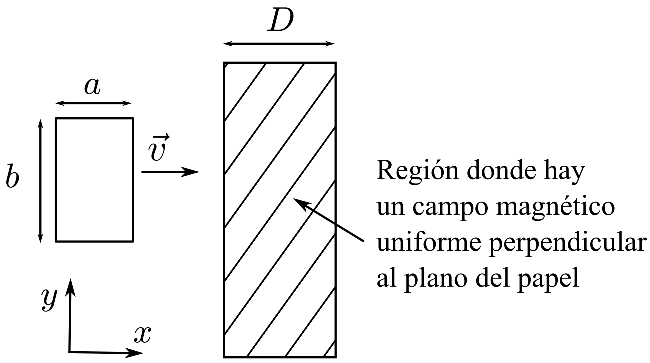
XXIX OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA (2018)
Fase Local de Sevilla (26/02/18)

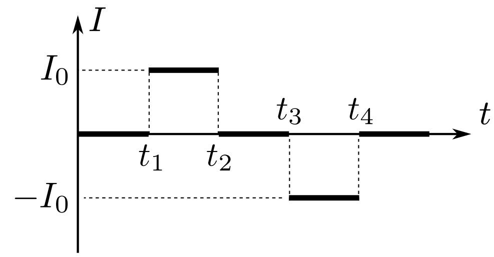
Normas. **(1)** Cada ejercicio debe hacerse EN UNA HOJA DISTINTA. Pueden usarse varias hojas para un ejercicio. **(2)** Ponga nombre en TODAS las hojas. **(3)** El examen debe hacerse a bolígrafo, a excepción de la gráfica en papel milimetrado del problema 6, que debe hacerse a lápiz. **(4)** El enunciado no hay que entregarlo.

1. En la troposfera (capa inferior de la atmósfera) la temperatura desciende aproximadamente 6,5ºC por cada 1.000 m de ascensión. Una primera aproximación al cálculo de este valor consiste en considerar una cierta masa de aire que, partiendo de la superficie, ascienda a cierta altura sin intercambiar calor con el medio (en un proceso denominado adiabático). Bajo estas circunstancias, se cumple que PV^γ debe permanecer constante para el gas (supuesto ideal), siendo P su presión, V su volumen y γ un coeficiente adimensional que depende del gas y se denomina índice adiabático. La presión del aire en la atmósfera desciende con la altitud mediante la expresión $P(h) = P_0 e^{-C\,h}$, siendo h la altitud respecto del nivel del mar, P_0 la presión a nivel del mar y C una constante. **(a)** Si la presión a 5,5 km sobre el nivel del mar es la mitad de la que tenemos a nivel del mar, encuentre el valor de la constante C. **(b)** Suponiendo que el aire se comporte como un gas ideal, obtenga una expresión para la temperatura en función de la altitud. **(c)** Suponiendo que a nivel del mar la masa de aire tiene una temperatura de 20ºC, calcule cuanto se enfría al elevarse 1 km utilizando la expresión obtenida en el apartado anterior. Dato: Índice adiabático para el aire: $\gamma_{\text{aire}} = 1,4$.

2. Al medir con un voltímetro una fuente de tensión real cuando no tiene conectado nada más se obtiene 16 V. Al conectarle una resistencia de 14 Ω se obtiene que la fuente de tensión proporciona la mitad de intensidad que cuando se conecta una resistencia de 6 Ω. Hallar el valor de la resistencia R' que habría que conectar en paralelo a la resistencia de 6 Ω para que la intensidad suministrada por la fuente se duplique (respecto a la que se tenía cuando se conecta la resistencia de 6 Ω).

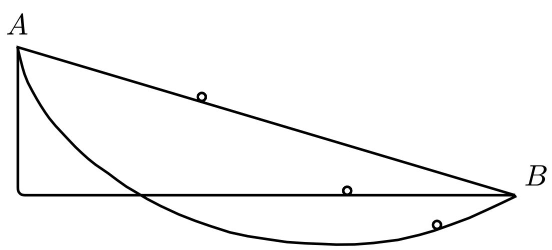
3. Una espira rectangular se mueve bajo la acción de una fuerza externa con velocidad constante en sentido positivo del eje x y penetra en una región en la que hay un campo magnético uniforme perpendicular al plano del papel (véase figura). La espira tiene una resistencia eléctrica R y en la gráfica se muestra la intensidad que la recorre (se considera positiva la intensidad en sentido antihorario). **(a)** Explique a qué corresponde cada tramo de la gráfica e identifique qué ocurre en los instantes de tiempo t_1, t_2, t_3 y t_4. **(b)** Halle $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$ y $t_4 - t_3$ (supóngase que $D > a$). **(c)** Explique razonadamente si el campo magnético es entrante o saliente del papel y calcule su valor. **(d)** Represente la componente x de la fuerza que hay que hacer sobre la espira para que se mueva con velocidad constante en el mismo intervalo de tiempo que la gráfica $I \times t$ (desprecie el peso de la espira) y calcule su valor en cada tramo. **(e)** Represente el valor absoluto del flujo magnético a través de la espira frente al tiempo en el mismo intervalo de tiempo que la gráfica $I \times t$ y calcule su valor.

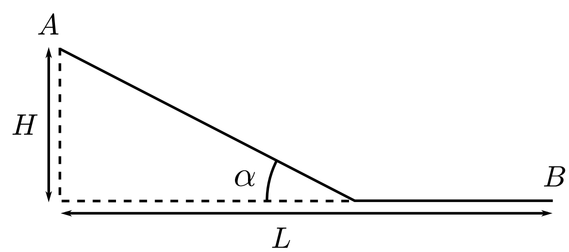




4. Una alternativa a los actuales medios de transporte es el denominado "tren gravitatorio". Dicho medio de transporte consiste en la realización de un túnel recto que, partiendo de un punto de la superficie terrestre, atravesara su centro y emergiera en las antípodas, al otro lado del planeta. Así, las antípodas de España se encuentra aproximadamente en Nueva Zelanda (concretamente, las antípodas de Auckland se encuentra en un punto de la Serranía de Cádiz). La ventaja de este "tren" consiste en que no necesitaría consumir energía ya que simplemente bastaría con dejarlo caer desde la superficie en un punto de la corteza y la atracción gravitatoria se encargaría primero de acelerarlo hasta alcanzar el centro de la Tierra y luego frenarlo para llegar al otro punto de la superficie con velocidad nula (depreciando todos los rozamientos posibles). Desgraciadamente hay algunos "problemillas técnicos" que resolver como son hacer un túnel de estas características, atravesar zonas donde la temperatura llega a los 6.000°C. . . Dejando a un lado estas "minucias", supongamos que hemos sido capaces de construir este medio de transporte. Para simplificar, vamos a despreciar todos los rozamientos existentes (incluido el el aire) y vamos a suponer que la Tierra no gira, para despreciar el efecto de la fuerza de Coriolis (esto equivale a decir que el tren se desplaza sin rozamiento pegado a raíles fijos en las paredes). La aceleración de la gravedad en el interior de la Tierra puede calcularse mediante la expresión $g = \frac{G\,M_T}{R_T{}^3} \cdot r$, siendo $G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$ (constante de gravitación universal), $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg (masa de la Tierra), $R_T = 6.371$ km (radio de la Tierra) y r es la distancia al centro de la Tierra. **(a)** Indique qué tipo de movimiento realiza el tren cuando se deja caer desde la superficie de la Tierra partiendo del reposo. **(b)** Calcule el tiempo (expresado en minutos y segundos) que tarda el tren en llegar a las antípodas. **(c)** Calcule la máxima velocidad que alcanza (exprésela en km/h). **(d)** Animados por el éxito de las primeras líneas de tren gravitatorio, los promotores del proyecto seguramente se plantearán conectar mediante este medio de transporte no solamente puntos que se encuentren en las antípodas sino dos puntos cualesquiera de la superficie terrestre mediante un túnel recto a través de la Tierra (que no pasa ahora por su centro). Calcule el tiempo que tardaría este tren en conectar dos ciudades que estén separadas en línea recta por 5.000 km (esta es la distancia medida en línea recta a través el túnel, no la distancia a lo largo de la superficie curva de la Tierra). Halle también la velocidad máxima en este caso y calcule cuál sería la máxima longitud de túnel para que el tren alcance como máximo la velocidad del sonido en el aire (340 m/s).

5. La trayectoria más rápida de descenso de un objeto entre dos puntos bajo la acción de la gravedad recibe el nombre de braquistócrona. Se trata de un problema muy interesante cuyo estudio fue realizado por eminentes matemáticos a finales del siglo XVII como Johann y Jacobo Bernoulli, aunque hubo otros muchos como Leibniz, L'Hôpital o Newton ocupados en este tema. En la gráfica de abajo a la izquierda vemos tres posibles trayectorias diferentes para bajar desde el punto A hasta el punto B. Una formada por una simple rampa, otra por dos tramos rectos (con una esquina en forma de curva suave) y otra con una forma curva más compleja. Esta última trayectoria es la braquistócrona, la que resulta más rápida para descender desde el punto A hasta el B bajo la acción de la gravedad, pasando incluso por una región que está más abajo que el punto de destino, como se observa en la figura. La solución del problema es bastante compleja y aquí vamos a plantear un caso mucho más sencillo, con una trayectoria formada simplemente por dos tramos rectilíneos, tal y como se muestra en la figura de abajo a la derecha. Se trata de descender desde el punto A, situado a una altura H, hasta el punto B, a una distancia L de la vertical del punto de partida, utilizando solo dos tramos rectos. El primero es una rampa inclinada un ángulo α y el segundo un recorrido completamente horizontal. De esta forma, durante la bajada desde A el objeto gana velocidad por acción de la gravedad para llegar lo más pronto posible al final del recorrido, al punto B. Se desea saber cuál es el ángulo óptimo de la rampa para alcanzar el destino en el menor tiempo posible y mostrar que existe un valor mínimo de L para que la solución tenga efectivamente un tramo horizontal. En todos los cálculos despreciaremos el rozamiento.





6. Imagina un péndulo formado por un bloque de masa M colgado de un hilo, de forma que la distancia entre el punto de sujeción y el centro del bloque sea L (véase figura). Estando el péndulo en equilibrio vertical, una bolita de masa m que viaja con velocidad horizontal v se incrusta en el centro de M. Tras este choque, las masas se elevan hasta una altura máxima h. Supón que quieres estudiar experimentalmente el comportamiento de un sistema de este tipo, llamado péndulo balístico. Para ello, en el laboratorio montas un péndulo con un bloque de plastilina y un hilo. Con una regla mides $L = 50\,\text{cm}$, pero no conoces el valor de M pues no dispones de balanza. Como proyectil usas una bola de plomo, cuya masa m puedes averiguar pues mides que tiene un diámetro de 12 mm y en un libro encuentras que la densidad del plomo es $\rho = 11{,}3 \cdot 10^3\,\text{kg/m}^3$. También dispones de un muelle de constante K desconocida. Con este muelle es posible "disparar" la bolita de una forma bastante simple: comprimes el resorte una distancia x, que puedes medir con la regla, apoyas la bolita en su extremo y sueltas el muelle. Con un poco de práctica y habilidad consigues que m salga disparada y se incruste en la plastilina, en la que has practicado una oquedad para que m no rebote. ¡Ya tienes montado un péndulo balístico! Naturalmente, cuanto mayor es la compresión inicial del resorte, x, mayor es la velocidad, v, con que sale disparada la bola y mayor la altura h que llega a alcanzar el péndulo tras el choque. No es fácil medir h, pero supón que te las has ingeniado para poder medir con una precisión razonable el ángulo máximo, θ, que llega a formar el péndulo con la vertical tras el choque. Los valores de θ que has medido para diversos valores de la compresión del resorte, x, se indican en la siguiente tabla:

x (cm)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\theta(^{o})$	11	15	17	18	21	23	26	29	30	33	36

(a) Antes de trabajar con los datos, obtén una expresión analítica para h en función de K, m, M, g (aceleración de la gravedad) y x. Si has sabido obtener esta expresión, resuelve sólo el apartado (b) siguiente. Si no has sabido, o tienes serias dudas de que tu resultado sea correcto, resuelve sólo el apartado (b').

(b) Habrás obtenido que la dependencia $h(x)$ es de la forma:

$$h = A\,x^n \ (1),$$

donde n es un número entero que ya conoces y A es una constante que depende de m, M, K y g. En este caso, a partir de tus datos experimentales haz la representación gráfica y el ajuste que estimes oportunos para determinar el valor de la constante A en tu montaje. Como ya hemos indicado, no conoces los valores de K y M, pero sí dispones del muelle y de una regla, de forma que puedes medir cuánto se estira el muelle al colgarle una masa. En concreto, si cuelgas juntas las dos masas, m y M, mides que el alargamiento del muelle es $\Delta L = 11\,\text{mm}$. Deduce el valor de la constante K del resorte empleado y la masa M del bloque de plastilina. Podrías pensar que para averiguar K bastaría con colgarle la masa m, que es conocida, y medir con la regla su alargamiento. Pero el resultado sería muy poco preciso. ¿Por qué?

(b') Si no has sabido obtener la expresión para $h(x)$ pedida en el apartado (a), no te desanimes. ¡Aún puedes obtener información a partir de tus datos experimentales! Supón que la dependencia $h(x)$ es del tipo dado en (1). Mediante las representaciones gráficas y los ajustes que consideres oportunos, determina los valores de A y n. Recuerda que n debe ser un número entero. Ayuda: si en la expresión (1) tomas logaritmos, obtendrás una relación lineal entre $log(h)$ y $log(x)$.

Dato: Aceleración de la gravedad: $g = 9,8\,\text{m/s}^2$.