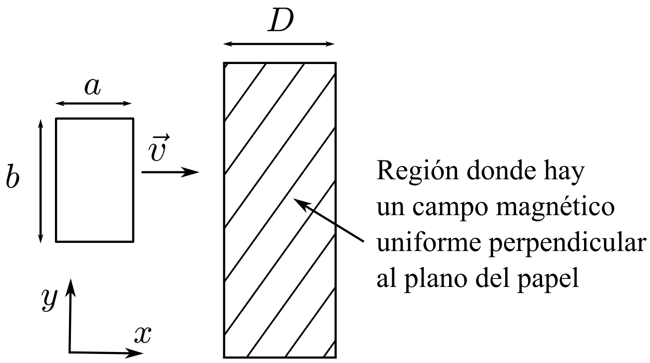
# XXIX OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA (2018)
## Fase Local de Sevilla (26/02/18)

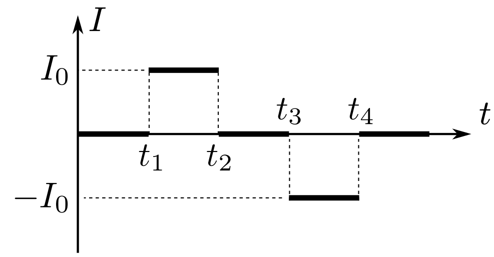
**Normas**. **(1)** Cada ejercicio debe hacerse EN UNA HOJA DISTINTA. Pueden usarse varias hojas para un ejercicio. **(2)** Ponga nombre en TODAS las hojas. **(3)** El examen debe hacerse a bolígrafo, a excepción de la gráfica en papel milimetrado del problema 6, que debe hacerse a lápiz. **(4)** El enunciado no hay que entregarlo.

**1.** En la troposfera (capa inferior de la atmósfera) la temperatura desciende aproximadamente 6,5°C por cada 1.000 m de ascensión. Una primera aproximación al cálculo de este valor consiste en considerar una cierta masa de aire que, partiendo de la superficie, ascienda a cierta altura sin intercambiar calor con el medio (en un proceso denominado adiabático). Bajo estas circunstancias, se cumple que $PV^{\gamma}$ debe permanecer constante para el gas (supuesto ideal), siendo $P$ su presión, $V$ su volumen y $\gamma$ un coeficiente adimensional que depende del gas y se denomina índice adiabático. La presión del aire en la atmósfera desciende con la altitud mediante la expresión $P(h) = P_0 e^{-C\,h}$, siendo $h$ la altitud respecto del nivel del mar, $P_0$ la presión a nivel del mar y $C$ una constante. **(a)** Si la presión a 5,5 km sobre el nivel del mar es la mitad de la que tenemos a nivel del mar, encuentre el valor de la constante $C$. **(b)** Suponiendo que el aire se comporte como un gas ideal, obtenga una expresión para la temperatura en función de la altitud. **(c)** Suponiendo que a nivel del mar la masa de aire tiene una temperatura de 20°C, calcule cuanto se enfría al elevarse 1 km utilizando la expresión obtenida en el apartado anterior. Dato: Índice adiabático para el aire: $\gamma_{\text{aire}} = 1,4$.

**2.** Al medir con un voltímetro una fuente de tensión real cuando no tiene conectado nada más se obtiene 16 V. Al conectarle una resistencia de 14 Ω se obtiene que la fuente de tensión proporciona la mitad de intensidad que cuando se conecta una resistencia de 6 Ω. Hallar el valor de la resistencia $R'$ que habría que conectar en paralelo a la resistencia de 6 Ω para que la intensidad suministrada por la fuente se duplique (respecto a la que se tenía cuando se conecta la resistencia de 6 Ω).

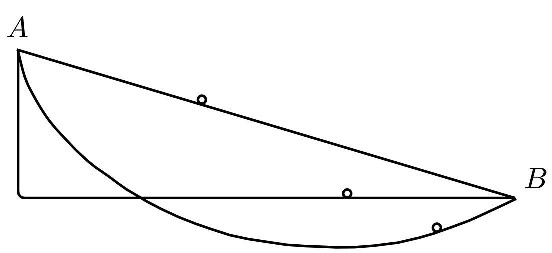
**3.** Una espira rectangular se mueve bajo la acción de una fuerza externa con velocidad constante en sentido positivo del eje $x$ y penetra en una región en la que hay un campo magnético uniforme perpendicular al plano del papel (véase figura). La espira tiene una resistencia eléctrica $R$ y en la gráfica se muestra la intensidad que la recorre (se considera positiva la intensidad en sentido antihorario). **(a)** Explique a qué corresponde cada tramo de la gráfica e identifique qué ocurre en los instantes de tiempo $t_1$, $t_2$, $t_3$ y $t_4$. **(b)** Halle $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$ y $t_4 - t_3$ (supóngase que $D > a$). **(c)** Explique razonadamente si el campo magnético es entrante o saliente del papel y calcule su valor. **(d)** Represente la componente $x$ de la fuerza que hay que hacer sobre la espira para que se mueva con velocidad constante en el mismo intervalo de tiempo que la gráfica $I \times t$ (desprecie el peso de la espira) y calcule su valor en cada tramo. **(e)** Represente el valor absoluto del flujo magnético a través de la espira frente al tiempo en el mismo intervalo de tiempo que la gráfica $I \times t$ y calcule su valor.

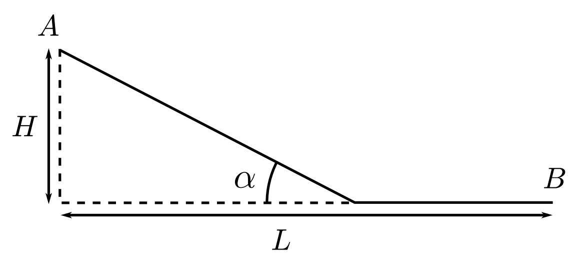



**4.** Una alternativa a los actuales medios de transporte es el denominado "tren gravitatorio". Dicho medio de transporte consiste en la realización de un túnel recto que, partiendo de un punto de la superficie terrestre, atravesara su centro y emergiera en las antípodas, al otro lado del planeta. Así, las antípodas de España se encuentra aproximadamente en Nueva Zelanda (concretamente, las antípodas de Auckland se encuentra en un punto de la Serranía de Cádiz). La ventaja de este "tren" consiste en que no necesitaría consumir energía ya que simplemente bastaría con dejarlo caer desde la superficie en un punto de la corteza y la atracción gravitatoria se encargaría primero de acelerarlo hasta alcanzar el centro de la Tierra y luego frenarlo para llegar al otro punto de la superficie con velocidad nula (depreciando todos los rozamientos posibles). Desgraciadamente hay algunos "problemillas técnicos" que resolver como son hacer un túnel de estas características, atravesar zonas donde la temperatura llega a los 6.000°C... Dejando a un lado estas "minucias", supongamos que hemos sido capaces de construir este medio de transporte. Para simplificar, vamos a despreciar todos los rozamientos existentes (incluido el el aire) y vamos a suponer que la Tierra no gira, para despreciar el efecto de la fuerza de Coriolis (esto equivale a decir que el tren se desplaza sin rozamiento pegado a raíles fijos en las paredes). La aceleración de la gravedad en el interior de la Tierra puede calcularse mediante la expresión $g = \frac{G\,M_T}{R_T{}^3} \cdot r$, siendo $G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$ (constante de gravitación universal), $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg (masa de la Tierra), $R_T = 6.371$ km (radio de la Tierra) y $r$ es la distancia al centro de la Tierra. **(a)** Indique qué tipo de movimiento realiza el tren cuando se deja caer desde la superficie de la Tierra partiendo del reposo. **(b)** Calcule el tiempo (expresado en minutos y segundos) que tarda el tren en llegar a las antípodas. **(c)** Calcule la máxima velocidad que alcanza (exprésela en km/h). **(d)** Animados por el éxito de las primeras líneas de tren gravitatorio, los promotores del proyecto seguramente se plantearán conectar mediante este medio de transporte no solamente puntos que se encuentren en las antípodas sino dos puntos cualesquiera de la superficie terrestre mediante un túnel recto a través de la Tierra (que no pasa ahora por su centro). Calcule el tiempo que tardaría este tren en conectar dos ciudades que estén separadas en línea recta por 5.000 km (esta es la distancia medida en línea recta a través el túnel, no la distancia a lo largo de la superficie curva de la Tierra). Halle también la velocidad máxima en este caso y calcule cuál sería la máxima longitud de túnel para que el tren alcance como máximo la velocidad del sonido en el aire (340 m/s).

**5.** La trayectoria más rápida de descenso de un objeto entre dos puntos bajo la acción de la gravedad recibe el nombre de braquistócrona. Se trata de un problema muy interesante cuyo estudio fue realizado por eminentes matemáticos a finales del siglo XVII como Johann y Jacobo Bernoulli, aunque hubo otros muchos como Leibniz, L'Hôpital o Newton ocupados en este tema. En la gráfica de abajo a la izquierda vemos tres posibles trayectorias diferentes para bajar desde el punto A hasta el punto B. Una formada por una simple rampa, otra por dos tramos rectos (con una esquina en forma de curva suave) y otra con una forma curva más compleja. Esta última trayectoria es la braquistócrona, la que resulta más rápida para descender desde el punto A hasta el B bajo la acción de la gravedad, pasando incluso por una región que está más abajo que el punto de destino, como se observa en la figura. La solución del problema es bastante compleja y aquí vamos a plantear un caso mucho más sencillo, con una trayectoria formada simplemente por dos tramos rectilíneos, tal y como se muestra en la figura de abajo a la derecha. Se trata de descender desde el punto $A$, situado a una altura $H$, hasta el punto $B$, a una distancia $L$ de la vertical del punto de partida, utilizando solo dos tramos rectos. El primero es una rampa inclinada un ángulo $\alpha$ y el segundo un recorrido completamente horizontal. De esta forma, durante la bajada desde $A$ el objeto gana velocidad por acción de la gravedad para llegar lo más pronto posible al final del recorrido, al punto $B$. Se desea saber cuál es el ángulo óptimo de la rampa para alcanzar el destino en el menor tiempo posible y mostrar que existe un valor mínimo de $L$ para que la solución tenga efectivamente un tramo horizontal. En todos los cálculos despreciaremos el rozamiento.




**6.** Imagina un péndulo formado por un bloque de masa $M$ colgado de un hilo, de forma que la distancia entre el punto de sujeción y el centro del bloque sea $L$ (véase figura). Estando el péndulo en equilibrio vertical, una bolita de masa $m$ que viaja con velocidad horizontal $v$ se incrusta en el centro de $M$. Tras este choque, las masas se elevan hasta una altura máxima $h$. Supón que quieres estudiar experimentalmente el comportamiento de un sistema de este tipo, llamado péndulo balístico. Para ello, en el laboratorio montas un péndulo con un bloque de plastilina y un hilo. Con una regla mides $L = 50\,\mathrm{cm}$, pero no conoces el valor de $M$ pues no dispones de balanza. Como proyectil usas una bola de plomo, cuya masa $m$ puedes averiguar pues mides que tiene un diámetro de 12 mm y en un libro encuentras que la densidad del plomo es $\rho = 11{,}3 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ . También dispones de un muelle de constante $K$ desconocida. Con este muelle es posible "disparar" la bolita de una forma bastante simple: comprimes el resorte una distancia $x$, que puedes medir con la regla, apoyas la bolita en su extremo y sueltas el muelle. Con un poco de práctica y habilidad consigues que $m$ salga disparada y se incruste en la plastilina, en la que has practicado una oquedad para que $m$ no rebote. ¡Ya tienes montado un péndulo balístico! Naturalmente, cuanto mayor es la compresión inicial del resorte, $x$, mayor es la velocidad, $v$, con que sale disparada la bola y mayor la altura $h$ que llega a alcanzar el péndulo tras el choque. No es fácil medir $h$, pero supón que te las has ingeniado para poder medir con una precisión razonable el ángulo máximo, $\theta$, que llega a formar el péndulo con la vertical tras el choque. Los valores de $\theta$ que has medido para diversos valores de la compresión del resorte, $x$, se indican en la siguiente tabla:

| $x$ (cm) | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\theta$(°) | 11 | 15 | 17 | 18 | 21 | 23 | 26 | 29 | 30 | 33 | 36 |

**(a)** Antes de trabajar con los datos, obtén una expresión analítica para $h$ en función de $K$, $m$, $M$, $g$ (aceleración de la gravedad) y $x$. Si has sabido obtener esta expresión, resuelve sólo el apartado (b) siguiente. Si no has sabido, o tienes serias dudas de que tu resultado sea correcto, resuelve sólo el apartado (b').

**(b)** Habrás obtenido que la dependencia $h(x)$ es de la forma:

$$h = A\,x^n \ (1),$$

donde $n$ es un número entero que ya conoces y $A$ es una constante que depende de $m$, $M$, $K$ y $g$. En este caso, a partir de tus datos experimentales haz la representación gráfica y el ajuste que estimes oportunos para determinar el valor de la constante $A$ en tu montaje. Como ya hemos indicado, no conoces los valores de $K$ y $M$, pero sí dispones del muelle y de una regla, de forma que puedes medir cuánto se estira el muelle al colgarle una masa. En concreto, si cuelgas juntas las dos masas, $m$ y $M$, mides que el alargamiento del muelle es $\Delta L = 11\,\mathrm{mm}$. Deduce el valor de la constante $K$ del resorte empleado y la masa $M$ del bloque de plastilina. Podrías pensar que para averiguar $K$ bastaría con colgarle la masa $m$, que es conocida, y medir con la regla su alargamiento. Pero el resultado sería muy poco preciso. ¿Por qué?

**(b')** Si no has sabido obtener la expresión para $h(x)$ pedida en el apartado (a), no te desanimes. ¡Aún puedes obtener información a partir de tus datos experimentales! Supón que la dependencia $h(x)$ es del tipo dado en (1). Mediante las representaciones gráficas y los ajustes que consideres oportunos, determina los valores de $A$ y $n$. Recuerda que $n$ debe ser un número entero. Ayuda: si en la expresión (1) tomas logaritmos, obtendrás una relación lineal entre $log(h)$ y $log(x)$.

Dato: Aceleración de la gravedad: $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$.